

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Departamento de Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
Formas modulares y el Teorema de los Cuatro Cuadrados // Modular Forms and the Four Squares Theorem

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	de Vera Piquero, Carlos	Fac. de Ciencias, Prof. AYD	Sí	devera@unizar.es	
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El llamado "Teorema de los Cuatro Cuadrados" de Jacobi proporciona una fórmula cerrada para el número de representaciones de un número natural como suma de cuatro cuadrados. Una demostración de dicha fórmula se basa en demostrar que cierta función theta es una forma modular, y concretamente una combinación lineal de series de Eisenstein.

El objetivo de este trabajo es descubrir la teoría básica de las formas modulares, con especial énfasis en las series de Eisenstein, y demostrar el Teorema de los Cuatro Cuadrados de Jacobi. Si el tiempo lo permite, se estudiarán también otras aplicaciones a problemas clásicos.

Las formas modulares son funciones de variable compleja que satisfacen ciertas simetrías. Tienen mucha relevancia en teoría de números y en geometría aritmética, principalmente gracias al estudio de diversos teoremas y conjeturas de "modularidad" (y sus implicaciones, por ejemplo, en la demostración del Último Teorema de Fermat en los años '90).

Como norma general, el/la estudiante alternará el estudio autónomo con reuniones periódicas de orientación con el director, en las cuales deberá mostrar que asimila los conceptos estudiados y que avanza satisfactoriamente con la elaboración del trabajo.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 15 de junio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: de Vera Piquero, Carlos
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº

Fdo.: Paz Jiménez Seral
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Departamento de Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Números Congruentes: de Pitágoras a la Conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer //
Congruent Numbers: from Pythagoras to the Birch and Swinnerton-Dyer Conjecture

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	de Vera Piquero, Carlos	Fac. Ciencias, Prof. Ayudante Doctor	sí	devera@unizar.es	
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Se dice que un número entero positivo es un número congruente si es el área de un triángulo rectángulo con lados racionales. El problema del número congruente consiste en determinar qué números enteros positivos son congruentes, o dado un entero positivo n , decidir si n es o no congruente. El interés en este problema se remonta a la Aritmética de Diofanto (s. III DC), y existen referencias a él en manuscritos chinos del s. VIII DC y en manuscritos árabes del s. X DC. A día de hoy se considera el problema no resuelto más longevo de la Teoría de Números.

Lógicamente, las ternas pitagóricas dan lugar a números congruentes, y como se conocen parametrizaciones de ellas, pueden calcularse números congruentes de manera sencilla. Sin embargo, esto no da lugar a una

solución del problema planteado. El primer resultado aceptado sobre este tema es debido a Fermat, quien probó que 1 no es congruente, utilizando su método de descenso. También demostró que 2 y 3 no son congruentes.

El objetivo de este trabajo es introducirnos al problema del número congruente, viendo algún resultado clásico, y estudiar su abordaje a través del estudio de ciertas curvas elípticas sobre el cuerpo de los racionales. De hecho, que un número entero positivo n sea congruente es equivalente a que cierta curva elíptica (que depende de n) tenga rango positivo. Estudiaremos las nociones básicas sobre curvas elípticas que permiten establecer esta relación, y si el tiempo lo permite analizaremos algún resultado parcial al respecto.

Como norma general, el/la estudiante alternará el estudio autónomo con reuniones periódicas de orientación con el director, en las cuales deberá mostrar que asimila los conceptos estudiados y que avanza satisfactoriamente con la elaboración del trabajo.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 15 de junio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: de Vera Piquero, Carlos
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº

Fdo.: Paz Jiménez Seral
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Departamento de Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Ley de Reciprocidad Cuadrática y demostraciones euclídeas del Teorema de Dirichlet sobre progresiones aritméticas // Quadratic Reciprocity Law and euclidean proofs of Dirichlet's Theorem on arithmetic progressions

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	de Vera Piquero, Carlos	Fac. Ciencias, Prof. Ayudante Doctor	sí	devera@unizar.es	
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. máximo: 250 palabras). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

La Ley de Reciprocidad Cuadrática (probada por Gauss en sus Disquisitiones Arithmeticae, 1801, previamente conjeturada por Euler y Legendre) es un resultado sobre aritmética modular, concretamente sobre la solubilidad de ecuaciones cuadráticas módulo números primos. De manera más precisa, si p y q son primos distintos, la Ley de Reciprocidad Cuadrática relaciona el hecho de que p sea un cuadrado módulo q con el hecho de que q sea un cuadrado módulo p .

Se trata de un resultado de crucial importancia en Teoría de Números, tanto históricamente por los problemas que llevaron a él, como por sus aplicaciones posteriores.

Como norma general, el/la estudiante alternará el estudio autónomo con reuniones periódicas de orientación con el director, en las cuales deberá mostrar que asimila los conceptos estudiados y que avanza satisfactoriamente con la elaboración del trabajo.

Actividad	Horas
TOTAL	

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Departamento de Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

El algoritmo de Schoof para curvas elípticas // Schoof's algorithm for elliptic curves

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Carlos de Vera Piquero	Fac. de Ciencias, Prof. AYD	Sí	devera@unizar.es	
Director/a 2	Miguel Ángel Marco Buzunáriz	Fac. de Ciencias, Prof. Contr. Doc.	sí	mmarco@unizar.es	
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☐

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

En las últimas décadas, la criptografía basada en curvas elípticas se ha establecido ampliamente en los algoritmos de criptografía de clave pública. Está basada en la estructura algebraica de las curvas elípticas definidas sobre cuerpos finitos. Concretamente, en la estructura de grupo que admite el conjunto de puntos de una curva elíptica definida sobre un cuerpo finito. Como en otros esquemas criptográficos, la seguridad de la criptografía basada en curvas elípticas depende de la dificultad de resolver el problema del logaritmo discreto en ellas.

A fin de garantizar que una curva elíptica E dada (definida sobre un cuerpo finito F) sea segura para aplicaciones criptográficas, a menudo es necesario conocer el orden del grupo subyacente. Es decir, el número de puntos de la curva elíptica E sobre su cuerpo de definición F .

El algoritmo de Schoof, propuesto por el matemático René Schoof en 1985, es a día de hoy el algoritmo más eficiente (con algunas mejoras leves, principalmente debidas a Elkies y Atkin) para calcular dicho orden. Este algoritmo se basa en el Teorema de Hasse (que proporciona una cota para el número de puntos de E sobre F), en el estudio del endomorfismo de Frobenius en E, y en el Teorema Chino del Resto.

El objetivo de este trabajo es estudiar y comprender el algoritmo de Schoof, entendiendo el papel que juega cada uno de los ingredientes involucrados en él. En función de los intereses del/de la estudiante, se planteará la posibilidad de programar el algoritmo en SAGE (o en otro lenguaje de programación que se crea conveniente).

Como norma general, el/la estudiante alternará el estudio autónomo con reuniones periódicas de orientación con los directores, en las cuales deberá mostrar que asimila los conceptos estudiados y que avanza satisfactoriamente con la elaboración del trabajo.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 15 de junio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: Carlos de Vera Piquero
Director/a

Fdo.: Miguel Ángel Marco Buzunáriz
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº

Fdo.: Paz Jiménez Seral
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Análisis topológico de datos / Topological data analysis

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Marco Buzunariz, Miguel Angel	Ciencias (CDOC)	sí	mmarco@unizar.es	843280
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☐

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. máximo: 250 palabras). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Objetivos:

Comprender intuitivamente la topología de un conjunto de datos.
Estudio de las herramientas relevantes en topología algebraica: homología simplicial, filtraciones, homología persistente y distancia bottleneck.
Aplicación de esas herramientas a la comparación cualitativa y clasificación de conjuntos de datos.
Familiarización con los paquetes de software relacionados.

El plan de trabajo consistirá en reuniones periódicas y trabajo autónomo del alumno.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

En Zaragoza, 28 de Junio de 2023

El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

V°B°

Página 2 de 2

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés): Álgebras de Lie: teoremas de Engel y Lie.
(Lie algebras: Engel's and Lie's theorems.)

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Elduque Palomo, Alberto Carlos	Facultad de Ciencias Catedrático de Universidad	Sí	elduque@unizar.es	843229
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un alumno concreto y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los Objetivos y del Plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. máximo: 250 palabras). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte la documentación requerida

El objetivo de este trabajo es el de familiarizar al alumno/a con los conceptos básicos de las álgebras de Lie, y comenzar el estudio de las álgebras de Lie nilpotentes y resolubles a través de sus representaciones. Ninguno de estos se imparten en el Grado de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza.

Se pretende que el/la alumno/a adquiera las ideas básicas para profundizar en el estudio de una estructura algebraica: las álgebras de Lie, que es básica en Geometría Diferencial, Física Matemática, o teoría de representaciones de álgebras.

El/la alumno/a deberá estudiar las nociones iniciales de álgebras de Lie con cierta profundidad, incluyendo muy especialmente las álgebras de Lie nilpotentes y resolubles, definidas de modo análogo a lo que conoce sobre grupos finitos. El estudio de las representaciones de estas álgebras, en dimensión finita, fuerza a extender los resultados sobre teoría del endomorfismo en Álgebra Lineal.

Durante el trabajo, el/la alumno/a aprenderá a buscar información matemática, se familiarizará con Mathscinet y Zentralblatt für Mathematik, se verá obligado/a a presentar los resultados matemáticos de manera sistemática y accesible, y consolidará sus conocimientos de LaTeX

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 29 de junio de 2023

(la propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)
El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal. A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo. Alberto Elduque
Director/a

Fdo.
Director/a

Fdo.
Ponente

2023.06.29

11:52:06 +02'00'

VºBº

Fdo.
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés): Módulos irreducibles y radical de Jacobson.
(Irreducible modules and Jacobson radical.)

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Elduque Palomo, Alberto Carlos	Facultad de Ciencias Catedrático de Universidad	Sí	elduque@unizar.es	843229
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un alumno concreto y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los Objetivos y del Plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte la documentación requerida

El objetivo de este trabajo es el de familiarizar al alumno/a con alguno de los conceptos básicos de teoría de representaciones: los módulos irreducibles para un anillo no necesariamente conmutativo. Este concepto es fundamental en el estudio de representaciones de cualquier estructura algebraica. El concepto de módulos sobre un anillo no conmutativo no se imparte en el Grado de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza.

Se pretende que el/la alumno/a adquiera las ideas básicas para profundizar en el estudio de representaciones con uno de los conceptos claves. Además, los módulos irreducibles permiten la definición de uno de los radicales más generales, y que no requieren de restricciones adicionales: el radical de Jacobson.

El/la alumno/a deberá estudiar las nociones iniciales de módulos sobre anillos no necesariamente conmutativos: submódulos, homomorfismos, módulos cociente, anuladores, centralizadores, Posteriormente se introducirá el radical de Jacobson, y se estudiarán sus propiedades más relevantes.

Durante el trabajo, el/la alumno/a aprenderá a buscar información matemática, se familiarizará con Mathscinet y Zentralblatt für Mathematik, se verá obligado/a a presentar los resultados matemáticos de manera sistemática y accesible, y consolidará sus conocimientos de LaTeX

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 29 de junio de 2023

(la propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)
El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal. A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo. Alberto Elduque
Director/a

Fdo.
Director/a

Fdo.
Ponente

2023.06.29
11:51:35 +02'00'

VºBº

Fdo.
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés): Formas cuadráticas. Teoremas de Witt.
(Quadratic forms. Witt's theorems.)

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Elduque Palomo, Alberto Carlos	Facultad de Ciencias Catedrático de Universidad	Sí	elduque@unizar.es	843229
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un alumno concreto y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☒

Otro:

Breve descripción de los Objetivos y del Plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. máximo: 250 palabras). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte la documentación requerida

El objetivo de este trabajo es el de familiarizar al alumno/a con la teoría de formas cuadráticas. Las formas cuadráticas sobre los reales aparecen al estudiar los máximos y mínimos relativos de funciones de varias variables. Aparecen también al estudiar variedades diferenciales (pseudo-Riemannianas), así como al estudiar los grupos ortogonales y espinoriales. Su estudio general puede verse como una ampliación del Álgebra Lineal, pero con un grado mayor de abstracción, que se sale completamente de lo estudiado en el Grado de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza.

Se pretende que el/la alumno/a adquiera las ideas básicas de formas cuadráticas definidas sobre cuerpos arbitrarios, para posteriormente estudiar algunos de los teoremas clásicos probados por Witt: el teorema de extensión de Witt y el teorema de cancelación de Witt..

Durante el trabajo, el/la alumno/a aprenderá a buscar información matemática, se familiarizará con Mathscinet y Zentralblatt für Mathematik, se verá obligado/a a presentar los resultados matemáticos de manera sistemática y accesible, y consolidará sus conocimientos de LaTeX

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 29 de junio de 2023

(la propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)
El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal. A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo. Alberto Elduque
Director/a

Fdo.
Director/a

Fdo.
Ponente

2023.06.29
11:52:39 +02'00'

VºBº

Fdo.
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: MATEMATICAS

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

La teoría ergódica y la aplicación logística
Ergodic theory and the logistic map

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Abadías Ullod, Luciano	Ciencias, CDOC	Sí	labadias@unizar.es	
Director/a 2	Gómez Ambrosi, Carlos	Ciencias, TU	Sí	cga@unizar.es	
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☒

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El trabajo se dividiría en dos partes.

En la primera parte se estudiarían las nociones básicas de la teoría ergódica, y se daría una demostración del teorema ergódico de Birkhoff. Dicho teorema puede interpretarse como una versión de la ley fuerte de los grandes números (Cálculo de probabilidades, Teoría de la probabilidad), y se demuestra con técnicas de teoría de la medida (Integral de Lebesgue). De hecho, la teoría ergódica puede verse como una aplicación de la teoría de la medida al estudio del comportamiento promedio a largo plazo de los sistemas dinámicos.

En la segunda parte del trabajo se estudiaría la aplicación logística $x \rightarrow 4x(1-x)$, que presenta un comportamiento caótico (Modelización matemática, Sistemas dinámicos). El teorema ergódico de Birkhoff se utilizaría para entender el comportamiento asintótico promedio de las trayectorias de la aplicación logística, que se distribuyen con arreglo a una función de densidad de la que se conoce una expresión analítica. Se llevarían a cabo algunas simulaciones numéricas para ilustrar esto.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 28 de junio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: Abadías Ullod, Luciano
Director/a

VºBº



Fdo.:
Director/a del Departamento de



Fdo.: Gómez Ambrosi, Carlos
Director/a

GÓMEZ
AMBROSI
CARLOS - DNI
29098755Y

Digitally signed by
GOMEZ AMBROSI
CARLOS - DNI
29098755Y
Date: 2023.06.28
10:30:53 +02'00'

Fdo.:
Ponente

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Departamento de Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
El Teorema de Beurling // Beurling's theorem

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (si/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Abadías Ullod, Luciano	Facultad de Ciencias, Contratado Doctor	Si	labadias@unizar.es	876 55 32 21
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El objetivo principal del trabajo es demostrar el Teorema de Beurling que caracteriza los subespacios invariantes del operador de Toeplitz M_z en el espacio de Hardy H^2 del disco.

En primer lugar, se hará una introducción histórica del problema del subespacio invariante.

En el primer capítulo, se introducirá el concepto de subespacio invariante de un operador lineal y acotado, y se estudiará que tal conjunto tiene la propiedad de ser un lattice, y se estudiarán algunas propiedades, sobre todo las relacionadas con los complementos ortogonales para espacios de Hilbert.

Seguidamente, en el segundo capítulo se introducirá el núcleo de Poisson en el disco y propiedades básicas de funciones armónicas.

A continuación, en un tercer capítulo se definirá el espacio de Hardy y algunas propiedades que se derivan de la definición como el teorema de aproximaciones de funciones radiales.

Finalmente se enunciará y probará el resultado, usando resultados previos expuestos así como teoría básica de espacios de Hilbert.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 3 de Julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: Abadías Ullod, Luciano
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº

Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
Las funciones de Bessel
Bessel functions

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Pérez Riera, Mario	Facultad de Ciencias, profesor Titular	SÍ	mperez@unizar.es	843215
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☐

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. máximo: 250 palabras). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El propósito del trabajo es presentar una introducción a las funciones de Bessel, eligiendo algunas de sus propiedades elementales.

Se usan técnicas de las asignaturas del área de Análisis matemático, en particular Análisis matemático I y II, Variable compleja e Integral de Lebesgue, así como Ecuaciones diferenciales ordinarias.

El alumno o alumna trabajará a partir de la bibliografía recomendada por el director. Se reunirán semanalmente (o con la frecuencia que se decida) para hacer el seguimiento del trabajo.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 4 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: **PEREZ RIERA**
 Director/a **MARIO - DNI 09744836N**
Firmado digitalmente por PEREZ RIERA MARIO - DNI 09744836N Fecha: 2023.07.04 11:26:57 +02'00'

Fdo.:
 Director/a

Fdo.:
 Ponente

VºBº

Fdo.:
 Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
Series divergentes
Divergent series

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Pérez Riera, Mario	Facultad de Ciencias, profesor Titular	SÍ	mperez@unizar.es	843215
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. máximo: 250 palabras). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El trabajo consiste en estudiar diferentes métodos de sumación de series que permiten asignar un valor a una serie divergente.

Según lo que permita la extensión del trabajo, se prevé estudiar los métodos de sumación desde un punto de vista general, y también dedicar una parte del trabajo a algunos métodos concretos: medias de Cesàro, de Abel, de Nörlund...

El tema del trabajo está relacionado con las asignaturas de Análisis matemático I, Variable compleja, Análisis de Fourier y, en general, con las del área de Análisis matemático.

El alumno o alumna trabajará a partir de la bibliografía recomendada por el director. Se reunirán semanalmente (o con la frecuencia que se decida) para hacer el seguimiento del trabajo.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 4 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Firmado
digitalmente por
PEREZ RIERA
MARIO - DNI
09744836N
Fecha: 2023.07.04
11:26:27 +02'00'

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº

Fdo.:
Director/a del Departamento de



Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Construcción de la medida de Lebesgue en $\mathbb{R}^n$.

Construction of the Lebesgue measure in $\mathbb{R}^n$.

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Peña Arenas, Ana	Ciencias. Titular	Sí	anap@unizar.es	Ext 3213
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

La finalidad principal del trabajo es que el comprenda de manera completa las técnicas necesarias para el desarrollo de la construcción de la medida Lebesgue en $\mathbb{R}^n$, tema que no se ha podido demostrar en el grado.

La medida Lebesgue se presenta como una extensión natural de la longitud en el caso de la recta, del área, en el caso del plano o del volumen en el espacio de tres dimensiones y así se parte de figuras cuya medida es conocida, los intervalos en $\mathbb{R}^n$. Se evitará el abstracto teorema de Caratheodory de construcción de medidas a partir de medidas exteriores. Se utilizará el "lema de los

rectángulos”, basado en la observación de que la medida de un intervalo de extremos con coordenadas enteras coincide con el número de puntos de coordenadas enteras que contiene. Este lema permitirá ampliar la definición de medida, primero a conjuntos abiertos y después a conjuntos medibles. Éstos se definen como aquellos conjuntos que pueden aproximarse inferior y exteriormente por conjuntos cerrados y abiertos, respectivamente y después se probará el teorema de estructura.

También se estudiará la invarianza de la medida Lebesgue en $\mathbb{R}^n$ y su relación con las transformaciones lineales.

Se necesitan contenidos de las asignaturas Análisis Matemático I y II y de Integral de Lebesgue.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 4 de Julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: Peña Arenas, Ana
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº

PEÑA
ARENAS
ANA - DNI
18027161Z
Firmado digitalmente por
PEÑA ARENAS ANA
- DNI 18027161Z
Fecha: 2023.07.04
12:14:39 +02'00'

Fdo.:
Director/a del Departamento de



Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Los teoremas de la función inversa e implícita / Inverse and implicit function theorems

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	García Lirola, Luis Carlos	Facultad de Ciencias, PCD	SI	luiscarlos@unizar.es	876553226
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☐

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Los teoremas de la función inversa y de la función implícita son dos de los resultados fundamentales del Análisis de funciones de varias variables reales. En este trabajo se estudiará una prueba completa del teorema de la función inversa y su equivalencia con el teorema de la función implícita. También se verán generalizaciones de estos resultados así como distintas aplicaciones interesantes, como la dependencia de los valores y vectores propios de una matriz en función de sus coeficientes o la construcción de la envolvente de una familia de curvas. Para ello se utilizarán las herramientas desarrolladas en la asignatura Análisis Matemático II y otras relacionadas.

Como pauta general se alternará el trabajo personal del estudiante con reuniones periódicas, semanales o quincenales, con el director.

Prerrequisitos: Análisis Matemático II

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 3 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.



Fdo.: García Lirola, Luis Carlos
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
Curvas que llenan el espacio / Space-filling curves

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	García Lirola, Luis Carlos	Facultad de Ciencias, PCD	SI	luiscarlos@unizar.es	876553226
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☐

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El matemático italiano Guiseppe Peano construyó en 1890 el primer ejemplo de curva continua que pasa por todos los puntos de un cuadrado. La existencia de dicha curva choca con la idea intuitiva de curva como la trayectoria de un móvil y tiene implicaciones interesantes. El objetivo de este trabajo es estudiar la construcción de Peano así como otras similares (como las curvas de Hilbert y Lebesgue) y propiedades de las curvas resultantes (diferenciabilidad, generalización a más dimensiones, etc). Para la constucción será fundamental repasar la noción de convergencia uniforme.

En función de las disponibilidades de tiempo y espacio, se plantería estudiar el teorema de Hahn-Mazurkiewicz, que da una caracterización topológica de los subconjuntos de $\mathbb{R}^n$ que son imagen de una curva continua.

Como pauta general se alternará el trabajo personal del estudiante con reuniones periódicas, semanales o quincenales, con el director.

Prerrequisitos: Análisis Matemático I y II, Topología

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 3 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.



Fdo.: García Lirola, Luis Carlos
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

El espacio donde viven los fractales / The space where fractals live

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	García Lirola, Luis Carlos	Facultad de Ciencias, PCD	SI	luiscarlos@unizar.es	876553226
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☒

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El objetivo de este trabajo es el estudio de fractales con técnicas topológicas y analíticas, y en particular su aparición como aplicación del teorema del punto fijo de Banach.

Se plantea estudiar la métrica de Hausdorff en la familia de los conjuntos compactos de $\mathbb{R}^n$, con la cual se obtiene un espacio métrico completo. A continuación, se estudia la aparición de diversos fractales (como el triángulo de Sierpinski, el copo de nieve de Koch o el helecho de Barnsley) como puntos fijos de aplicaciones contractivas en dicho espacio, cuya existencia está garantizada gracias al teorema del punto fijo de Banach.

Finalmente, se describirá un algoritmo de convergencia y se aplicará para obtener imágenes de los fractales con Sagemath o algún otro software matemático.

Como pauta general se alternará el trabajo personal del estudiante con reuniones periódicas, semanales o quincenales, con el director.

Prerequisitos: Topología de espacios métricos.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 3 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: García Lirola, Luis Carlos
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº

P.O.


Fdo.:
Director/a del Departamento de



Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Lineal vs no-lineal en espacios normados / Lineal vs non-lineal in normed spaces

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	García Lirola, Luis Carlos	Facultad de Ciencias, PCD	SI	luiscarlos@unizar.es	876553226
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☐

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Un espacio vectorial dotado de una norma se puede estudiar desde el punto de vista del Álgebra Lineal (y, en este caso, nos interesarán por ejemplo las aplicaciones lineales definidas en él) pero también desde el punto de vista métrico, ya que la norma define una distancia en el espacio (en cuyo caso, nos interesarán las aplicaciones que conserven la distancia). Ambos enfoques están más relacionados de lo que pudiera parecer. El punto de partida de este trabajo es el teorema de Mazur-Ulam (1930), que muestra que toda aplicación sobreyectiva entre espacios normados que conserve distancias y mande 0 al 0 es en realidad una aplicación lineal.

A continuación, se plantea el estudio de un teorema relativamente reciente, probado en 1990 por Godefroy y Kalton, que establece condiciones bajo las cuales la existencia de una aplicación (no lineal) e inyectiva entre espacios normados implica la existencia de una aplicación lineal inyectiva. Para ello serán necesarias herramientas de Análisis Matemático II (diferenciabilidad de funciones convexas, teorema de Fubini), algunos resultados topológicos (como el teorema de Baire) y herramientas básicas de Análisis Funcional.

Se trata por tanto un tema ambicioso, pensado para estudiantes interesados en tomar contacto en temas de investigación muy actuales con vistas a continuar en un máster de investigación.

Como pauta general se alternará el trabajo personal del estudiante con reuniones periódicas, semanales o quincenales, con el director.

Prerrequisitos: Análisis Matemático II, Topología. Cursar la optativa "Análisis Funcional".

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 3 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: García Lirola, Luis Carlos
Director/a

VºBº

P.O.


Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

Fdo.:
Director/a del Departamento de



Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

La propiedad de correlación cuadrática negativa y la conjetura de la varianza/The square negative correlation property and the variance conjecture

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Alonso, Gutiérrez, David	Facultad de Ciencias. TU	Sí	alonsod@unizar.es	876553216
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

La conjetura de la varianza nace del teorema central del límite en cuerpos convexos y probabilidades log-cóncavas y plantea que, para probabilidades log-cóncavas isotrópicas en dimensión alta n , la masa se concentra alrededor de una esfera de radio raíz de n .

Una propiedad relacionada con esta conjetura es la propiedad de correlación cuadrática negativa y que, si bien no es cierta en todas las familias de probabilidades log-concavas, implica la conjetura de la varianza en aquellas que sí lo es.

En este trabajo se estudiará la relación entre la propiedad de correlación cuadrática negativa y la conjetura de la varianza y se probará dicha propiedad para algunas familias concretas de probabilidades log-concavas.

El método de trabajo consistirá en trabajo personal consultando la bibliografía recomendada por el profesor alternado con reuniones periódicas (cada 15 días aproximadamente) con el profesor.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 3 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Firmado por ALONSO GUTIERREZ DAVID - DNI ***8646** el día 03/07/2023

Fdo.: Alonso, Gutiérrez, David
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Cuerpos convexos asociados a funciones log-cóncavas/Convex bodies associated to log-concave functions

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Alonso Gutiérrez, David	Facultad de Ciencias. TU	Sí	alonsod@unizar.es	876553216
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☐

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El estudio de las funciones log-cóncavas está íntimamente relacionado con el estudio de la distribución de volumen en cuerpos convexos ya que, si bien la proyección de un cuerpo convexo sobre un subespacio es cuerpo convexo en el subespacio, la proyección de la medida uniforme en el cuerpo convexo sobre el subespacio no es la medida uniforme sobre la proyección sino que, como consecuencia de la desigualdad de Brunn-Minkowski, se trata de una medida con una función de densidad log-cóncava.

Una de las técnicas empleadas en el estudio de las funciones log-cóncavas es la definición de cuerpos convexos definidos a partir de ella para, utilizando resultados conocidos en el campo de la geometría convexa, extenderlos al campo de las funciones log-cóncavas.

En este trabajo estudiaremos una familia de cuerpos convexos asociados a funciones log-cóncavas, la relación existente entre ellos y entre ellos y los conjuntos de nivel de la función. Como aplicación veremos cómo el problema de la acotación de la constante de isotropía de un cuerpo convexo puede reducirse a cuerpos convexos centralmente simétricos.

El método de trabajo consistirá en trabajo personal consultando la bibliografía recomendada por el profesor alternado con reuniones periódicas (cada 15 días aproximadamente) con el profesor.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 3 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Firmado por ALONSO GUTIERREZ DAVID - DNI ***8646** el día 03/07/2023 con un certificado emitido por AC Sector Público

Fdo.: Alonso Gutiérrez, David
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: MATEMATICAS

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

El modelo de cuasiespecies / The quasispecies model

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Carlos Gómez Ambrosi	Ciencias, TU	Sí	cga@unizar.es	
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El modelo de cuasiespecies nace en la década de los 70 para intentar entender algunos aspectos del origen de la vida, y se utiliza asimismo hoy en día para tratar de comprender la evolución de los virus. El modelo tiene unas propiedades matemáticas muy interesantes, que están íntimamente relacionadas con conceptos centrales de la biología evolutiva, como el de "paisaje adaptativo", "umbral de error" o "supervivencia de los más planos". En el centro del modelo se encuentra la denominada "ecuación de cuasiespecies", que es un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales que reflejan la dinámica generada por las fuerzas de selección y de mutación sobre los elementos replicadores.

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 6 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

GOMEZ AMBROSI
CARLOS - DNI
29098755Y

Fdo.: Carlos Gómez Ambrosi
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

V°B°

Fdo.: Paz Jiménez Seral
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: MATEMATICAS

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Dinámica evolutiva sobre grafos / Evolutionary dynamics on graphs

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Álvaro Lozano Rojo	Fac. Ciencias. Prof. Interino	Sí	alozano@unizar.es	
Director/a 2	Carlos Gómez Ambrosi	Fac. Ciencias. TU	Sí	cga@unizar.es	
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El modelo de Moran, introducido en los años 50, describe la evolución de una población finita y homogénea. En la versión más simple se considera un gen que puede tener dos alelos distintos. El proceso estocástico modela la evolución de la frecuencia de los alelos en una población finita y homogénea. La idea es que en cada instante de tiempo un individuo se reproduce y reemplaza a otro de la población.

En 2005 Liebermann, Nowak y Hauert introdujeron una versión para poblaciones no homogéneas. Para ello usaron un grafo, donde cada vértice representa un individuo y las aristas representan las relaciones entre los individuos. Así, la progenie de un individuo sólo puede reemplazar a los individuos colindantes.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

[illegible]

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable).

Página 2 de 2

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Grupos de homotopía de orden superior / Higher homotopy groups

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Lozano Rojo, Álvaro	Fac. Ciencias. Prof. Interino	Sí	alozano@unizar.es	
Director/a 2	Villacampa, Raquel	Fac. Ciencias. Prof Interino	Sí	raquelvg@unizar.es	
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☒

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Los grupos de homotopía son invariantes algebraicos asociados a espacios topológicos. La idea tras ellos es muy sencilla, rodear los "agujeros" del espacio rodeándolos con esferas de diferentes dimensiones. El primero de estos grupos es el grupo fundamental que se estudia en la asignatura Topología de Superficies.

En este TFG se pretende estudiar el resto de los grupos de homotopía así como sus propiedades más elementales. Estudiar la sucesión exacta asociada a un fibrado y calcular algunos de ellos en espacios sencillos.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 6 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Firmado por LOZANO
ROJO ALVARO - DNI
***9489** el día
19/07/2023 con un
certificado emitido
por AC Sector
Público
VºBº



Firmado por Villacampa
RAQUEL - DNI
***4141** el día
19/07/2023 con un

Fdo.:
Ponente

Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matematicas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

C*-álgebras y Teoría K----- C*-algebras and K-theory

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Bosa Puigredon, Joan	Prof. Ayd. Doctor	si	jbosa@unizar.es	
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

En este trabajo se pretende introducirnos en la teoría de C*-álgebras y entender/calcular el invariante K_0 asociado a distintos ejemplos de C*-álgebras.

Una C*-álgebra es una subálgebra cerrada por la norma dentro del conjunto de operadores acotados sobre un espacio de Hilbert (normalmente) de dim. infinita.

Se recomienda tener conocimientos de álgebra avanzada y un poco de análisis funcional.

Podéis encontrar más información sobre el tema en el libro:

M. Rordam, F. Larsen, N. J. Laustsen, An introduction to K-theory for C*-algebras, London Mathematical Society Student Texts 49

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 12 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº Firmado por BOSA
PUIGREDON JOAN -
***8062** el día
12/07/2023 con un
Fdo.:
Director/a del Departamento de



Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matematicas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

C*-álgebras y Semigrupo de Cuntz----- C*-algebras and Cuntz semigroup

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Bosa Puigredon, Joan	Prof. Ayd. Doctor	si	jbosa@unizar.es	
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

En este trabajo se pretende introducirnos en la teoría de C*-álgebras y entender el semigrupo de Cuntz asociado a distintos ejemplos de C*-álgebras.

Una C*-álgebra es una subálgebra cerrada por la norma dentro del conjunto de operadores acotados sobre un espacio de Hilbert (normalmente) de dim. infinita.

Se recomienda tener conocimientos de álgebra avanzada. En el trabajo estudiaremos el encaje abstracto del semigrupo de Cuntz en la categoría Cu.

Podéis encontrar más información sobre el tema en el siguiente survey:

Ara, Pere; Perera, Francesc; Toms, Andrew S.

K-theory for operator algebras. Classification of C*-algebras Book Chapter

In: Ara, Pere; Lledó, Fernando; Perera, Francesc (Ed.):
Aspects of operator algebras and applications, Contemporary Mathematics,
vol. 534, Chapter 1, pp. 1-71, American Mathematical Society, Providence, RI, 2011.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 12 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº Firmado por BOSA
PUIGREDON JOAN -
***8062** el día
12/07/2023 con un
Fdo.: certificado emitido
Director/a del Departamento de



Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
Transformers

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Lozano Rojo, Álvaro	Fac. Ciencias. Prof. Interino	Sí	alozano@unizar.es	
Director/a 2	Miguel Artiaga, Antonio	EINA, PCD	Sí	amiguel@unizar.es	
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☒

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Hasta recientemente los modelos de aprendizaje automático de procesamiento de lenguaje natural precisaban de estructuras recurrentes que las hacían caras y difíciles de entrenar. Los Transformers son modelos de aprendizaje profundo que únicamente tienen un mecanismo de atención y que superan a otros modelos en la mayoría, si no en todas, las tareas para los que han sido entrenados.

Son capaces de "entender" el contexto y obtener relaciones entre las diferentes partes del texto o de la secuencia que están analizando generando el equivalente a un grafo de relaciones entre las palabras o conceptos.

Por ejemplo, (Chat)GPT es un modelo basado precisamente en los Transformers.

El trabajo consiste en entender los rudimentos de la arquitectura de esta red, programar un modelo y aplicarlo a algún problema real o test estandarizado no restringido al procesado de lenguaje natural.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 12 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Firmado por LOZANO
ROJO ALVARO - DNI
***9489** el día
12/07/2023 con un
certificado emitido
por AC Sector
Fdo.: A. Lozano
Director/a

MIGUEL ARTIAGA
ANTONIO - DNI
29122124F
Firmado digitalmente por
MIGUEL ARTIAGA ANTONIO -
DNI 29122124F
Fecha: 2023.07.12 11:51:25
+02'00'

Fdo.: A. Miguel
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Superficies rellenantes de Dehn / Filling Dehn surfaces

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Lozano Rojo, Álvaro	Fac. Ciencias. Prof. Interino	Sí	alozano@unizar.es	
Director/a 2	Vigara Benito, Rubén	Fac. Ciencias. Prof. Interino	Sí	rvigara@unizar.es	
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒ X

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Una superficie rellenante de Dehn es una superficie inmersa en una 3-variedad M que proporciona una descomposición celular de M .

Las propiedades de la topología de M pueden leerse en el diagrama de Johansson de la superficie correspondiente.

En este TFG se definirán y estudiarán las principales propiedades de estas superficies.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 10 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de codirección.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato

Firmado por LOZANO
ROJO ALVARO - DNI
***9489** el día
14/07/2023 un
certificado emitido
por AC Sector Público

VºBº

Firmado por VIGARA
BENITO RUBEN -
***2975** el día
13/07/2023 con un
certificado emitido

Fdo.:
Ponente

Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 23/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Grupos de Artin de ángulo recto

Right angled Artin groups

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Martínez Pérez, Conchita	Ciencias, prof. permanente	sí	conmar@unizar.	3243
Director/a 2	Escartín Ferrer, Marcos		no		
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El o la estudiante estudiará y expondrá temas de carácter introductorio sobre grupos de Artin de ángulo recto.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 21 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

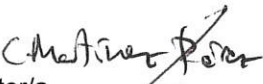
El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: 
Director/a

Fdo.: Escartín Ferrer, Marcos
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº 


Fdo.:
Director/a del Departamento de



Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 23/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
Posets de subgrupos
Subgroup posets

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Martínez Pérez, Conchita	Ciencias, prof. permanente	sí	conmar@unizar.	3243
Director/a 2	Escartín Ferrer, Marcos	Ciencias, personal en	no		
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El objetivo de este trabajo es que el o la estudiante comprenda los resultados básicos sobre complejos asociados a posets de subgrupos de un grupo finito para enunciar la conjetura de Brown y su demostración para grupos resolubles.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 21 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: Martínez Pérez, Conchita
Director/a

Fdo.: Escartín Ferrer, Marcos
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº

Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 23/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
Caracteres de los grupos simétricos
Characters of symmetric groups

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Martínez Pérez, Conchita	Ciencias, prof. permanente	sí	conmar@unizar.	3243
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

En este trabajo se pretende que el o la estudiante se inicie en el estudio de la teoría de caracteres de grupos finitos y comprenda los resultados más básicos sobre caracteres de grupos simétricos.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 21 de julio de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

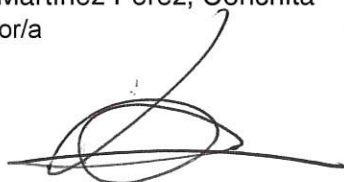
Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: Martínez Pérez, Conchita
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.:
Director/a del Departamento de



Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: MATEMATICAS

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Radio espectral de funciones holomorfas / Spectral radius of holomorphic functions

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Galé Gimeno. José E.	Ciencias, Catedrático	Sí	gale@unizar.es	
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Se trata de estudiar propiedades de variación del radio espectral de una familia de funciones holomorfas con valores en un álgebra de Banach. Con más detalle, el radio espectral de tal familia es una función subarmónica. Esta propiedad tiene diversas aplicaciones en análisis funcional y teoría de operadores que se describirán en el TFG.

Para llevar a cabo la tarea hace falta una buena comprensión de lo estudiado en el Grado acerca de análisis matemático, funciones de una variable compleja y análisis funcional, y habrá que estudiar holomorfía con valores vectoriales y elementos de la teoría de álgebras de Banach.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 23 de mayo de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.


 Fdo.: Galé Gimeno, José E.
 Director/a


 Fdo.:
 Director/a

Fdo.:
 Ponente

VºBº



Fdo.: Jiménez Seral, Paz
 Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: MATEMATICAS

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Cálculo funcional holomorfo / Holomorphic Functional Calculus

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Galé Gimeno. José E.	Ciencias, Catedrático	Sí	gale@unizar.es	
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Se trata de exponer las bases del cálculo funcional holomorfo en álgebras de Banach y teoría de operadores, cálculo que consiste grosso modo en sustituir la variable de la función por elementos de un álgebra u operadores. Se expondrán asimismo algunas aplicaciones.
Requisitos para la realización del trabajo son el estudio de aspectos básicos de la teoría de álgebras de Banach y del análisis funcional, de la integración con valores vectoriales en espacios de Banach, y un buen conocimiento de los fundamentos de la teoría de variable compleja.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 19 de mayo de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.


Fdo.: Galé Gimeno, José E.
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº


Fdo.: Jiménez Seral, Paz
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Argumentos sucintos en conocimiento cero / Zero knowledge succinct arguments

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Marco Buzunariz, Miguel Angel	Facultad de Ciencias (CDOC)	sí	mmarco@unizar.es	843280
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado:

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☒ Otro: ☐

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Los argumentos en conocimiento cero son protocolos criptográficos que permiten demostrar la veracidad de una afirmación sin revelar ninguna información sobre el por qué de dicha veracidad. Además, dichos argumentos se dicen sucintos si el tamaño de la prueba es corto.

Aunque pueda parecer contraintuitivo, estos protocolos existen de distintos tipos: Bulletproofs, ZK-SNARKs, STARKs...

Esta propuesta es la continuación de dos propuestas anteriores, en las que se trataron los protocolos Pinocchio y Groth16. En este caso, se estudiarán los esquemas de Bulletproofs o STARK.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 4 de Septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: 
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº


Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023 - 2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: MATEMÁTICAS

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

LA PARADOJA DE BANACH-TARSKI / THE BANACH-TARSKI PARADOX

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (si/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	BELLO BURGUET, GLENDE	FAC. CIENCIAS	SÍ	gbello@unizar.es	
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:



Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. máximo: 250 palabras). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

La paradoja de Banach-Tarski establece que toda bola en $\mathbb{R}^3$ se puede descomponer en un número finito de piezas de manera que luego esas mismas piezas se pueden reensamblar para obtener dos bolas iguales a la original.

Sorprendentemente, este resultado paradójico es un teorema; en el TFG daremos (al menos) una demostración. Además, estudiaremos sus consecuencias en la teoría de la medida, el papel que juega el axioma de elección, el contexto histórico cuando surgió, cuestiones relacionadas y algunas generalizaciones. El plan de trabajo consistirá en la lectura de la bibliografía recomendada y reuniones periódicas con el profesor.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 05 de SEPTIEMBRE de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.



Fdo.: **BELLO BURGNET, GLENIER** Fdo.:
Director/a Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Invarianza topológica de la dimensión/Topological invariance of the dimension

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Ugarte Vilumbrales, Luis	Facultad de Ciencias, TU	sí	ugarte@unizar.es	876553271
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Una variedad topológica n -dimensional no puede ser homeomorfa a una variedad de dimensión m , salvo que $m=n$. Esta afirmación expresa que la dimensión de una variedad es un invariante topológico, lo que podría parecer obvio a primera vista pero su demostración requiere de ciertos resultados y propiedades de teoría de cohomología. El objetivo de este trabajo es introducir y estudiar todos los resultados necesarios con el fin de llegar a demostrar la invarianza topológica de la dimensión.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 8 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de codirección.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

UGARTE VILUMBRALES
LUIS - DNI 15378447A

Firmado digitalmente por UGARTE
VILUMBRALES LUIS - DNI 15378447A
Fecha: 2023.09.11 13:12:58 +02'00'

Fdo.: Ugarte Vilumbrales, Luis
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº

Fdo.: Jiménez Seral, Mª Paz
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Espacios modelo de la geometría Riemanniana/Model spaces of Riemannian geometry

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Ugarte Vilumbrales, Luis	Facultad de Ciencias, TU	sí	ugarte@unizar.es	876553271
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Este trabajo consiste en la introducción y estudio de las principales propiedades de los espacios modelo de la geometría de Riemann: los espacios Euclídeos, las esferas y los espacios hiperbólicos. Estas variedades de Riemann son homogéneas e isotrópicas, lo que puede interpretarse como espacios que tienen la misma apariencia geométrica en cada punto y en cada dirección que miremos. Se prestará especial atención a la descripción del espacio hiperbólico como hoja superior de un hiperboloide, como bola de Poincaré y como semiespacio. Se estudiarán las geodésicas, los grupos de isometrías y la curvatura de los espacios modelo.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 8 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

UGARTE VILUMBRALES
LUIS - DNI 15378447A

Firmado digitalmente por UGARTE
VILUMBRALES LUIS - DNI 15378447A
Fecha: 2023.09.11 13:16:01 +02'00'

Fdo.: Ugarte Vilumbrales, Luis
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.: Jiménez Seral, Mª Paz
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Lógicas no clásicas
Nonclassical logics

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (si/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Fernando Montaner Frutos	Profesor titular, Universidad de Zaragoza	SÍ	fmontane@unizar.es	
Director/a 2	Fernando Barrera Esteban	Estudiante de doctorado. Universidad de Udine, Italia.	No	fernando.barrera@uniud.it	
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Se trata de introducir al alumno en algunas de las lógicas formales que extienden y generalizan la lógica clásica, como las lógicas multivaluadas, la lógica modal o la lógica intuicionística.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 5 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato



Fdo.: Fernando Montaner Frutos
Director/a



Fdo.: Fernando Barrera Esteban
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Ultraproductos y el teorema de Los
Ultrapowers and Los' theorem

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Fernando Montaner Frutos	Catedrático, Universidadde Zaraoza	SÍ	fmontane@unizar.es	
Director/a 2	Fernando Barrera Esteban	Estudiante de doctorado. Universidad de Údine, Italia	No	fernando.barrera@uniud.it	
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☐

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El trabajo tiene como objetivp la introducción de la constucción de ultra`productos y sus propiedades lógicas, ejemplificadas, entre otros campos, en el álgebra, la propia lógica matemática y el análisis.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 5 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato


Fdo.: Fernando Montaner Frutos
Director/a


Fdo.: Fernando Barrera Esteban
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
Armónicos esféricos/ Spherical harmonics

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Miana Sanz, Pedro Jose	Facultad de Ciencias, Catedrático	sí	pjmiana@unizar.es	843225
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Los armónicos esféricos son funciones especiales definidas en la superficie de una esfera. Forman un conjunto completo de funciones ortogonales sobre la superficie de la esfera y por tanto cada función de cuadrado integrable sobre la superficie de una esfera se puede escribir como una suma de estos armónicos esféricos. Fueron introducidos por primera vez por Pierre Simon de Laplace en 1782. Originalmente aparecen al resolver la ecuación de Laplace en los dominios esféricos. Toman su forma más simple en coordenadas cartesianas, donde se pueden definir como polinomios homogéneos de grado adecuado en (x, y, z) que cumplen la ecuación de Laplace.

Los armónicos esféricos son importantes en muchas aplicaciones teóricas y prácticas, incluida la representación de campos electromagnéticos y electrostáticos multipolares, configuraciones electrónicas, campos gravitacionales o campos magnéticos de cuerpos planetarios y estrellas. En este trabajo de fin de grado introduciremos los armónicos esféricos a partir de la expresión en coordenadas esféricas de la ecuación de Laplace. Estudiaremos sus propiedades más importantes y finalmente analizaremos algunas de sus aplicaciones.

El alumno debe poseer sólidos fundamentos de teoría de funciones reales y complejas, teoría de la integración y de ecuaciones diferenciales ordinarias

Como pauta general, el alumno alternará su trabajo personal con reuniones periódicas, semanales o quincenales, con los directores. En estas reuniones el alumno deberá demostrar que asimila, entiende y progresa adecuadamente en la tarea encomendada

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 12 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Firmado por MIANA
SANZ PEDRO JOSE
DNI ***1357** el
dia 12/09/2023 con

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

 $V^{\circ}B^{\circ}$

Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Semigrupos en álgebras de convolución/ Semigroups in convolution algebras

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Miana Sanz, Pedro Jose	Facultad de Ciencias, Catedrático	sí	pjmiana@unizar.es	843225
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El objetivo principal es presentar de una forma unificada varias familias de semigrupos de elementos en Álgebras de Banach de convolución de funciones y sucesiones. Para ello, se presenta un breve resumen de la teoría de álgebras de Banach, para a continuación presentar ejemplos concretos de álgebras de Banach con el producto de convolución de funciones (reales y complejas) y sucesiones. En estas álgebras, se introducen semigrupos de elementos, y se prueban sus propiedades más interesantes. Como aplicación, se presentan las soluciones de ciertas ecuaciones diferenciales.

El alumno debe poseer sólidos fundamentos de teoría de funciones reales y complejas, teoría de la integración, Análisis Funcional y de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Como pauta general, el alumno alternará su trabajo personal con reuniones periódicas, semanales o quincenales, con los directores. En estas reuniones el alumno deberá demostrar que asimila, entiende y progresa adecuadamente en la tarea encomendada.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 12 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Firmado por MIANA
SANZ PEDRO JOSE
DNI 9***1337** el día
12/09/2023 con un

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº

Fdo.:
Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Desarrollos en series de polinomios ortogonales/ Orthogonal polynomial series

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (si/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Miana Sanz, Pedro Jose	Facultad de Ciencias, Catedrático	si	pjmiana@unizar.es	843225
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El objetivo principal del trabajo es presentar los teoremas de aproximación en series de polinomios clásicos debidos a J.V. Uspensky. Para ello se introducen los polinomios de Laguerre y Hermite, y se describen sus propiedades básicas.

En el segundo capítulo se enuncian y se demuestran ambos teoremas de aproximación. Para ello se necesitan ciertos lemas técnicos de acotación. Finalmente se ilustran los resultados con varios ejemplos de funciones y sus correspondientes aproximaciones.

Como pauta general, el alumno alternará su trabajo personal con reuniones periódicas, semanales o quincenales, con los directores. En estas reuniones el alumno deberá demostrar que asimila, entiende y progresa adecuadamente en la tarea encomendada.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 12 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Firmado por ~~MIANA~~
~~SANZ PEDRO JOSE~~ DNI
~~***1537**~~ el día
~~12/09/2023~~ con un

Fdo.:
 Director/a

Fdo.:
 Ponente

VºBº



Fdo.:
 Director/a del Departamento de

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

La función de Mittag-Leffler: origen, propiedades y aplicaciones.

The Mittag-Leffler function: origin, properties and applications.

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Miana Sanz, Pedro Jose	Facultad de Ciencias, Catedrático	sí	pjmiana@unizar.es	843225
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El objetivo principal del trabajo es presentar las propiedades y aplicaciones de la función (real y de variable compleja) de Mittag-Leffler. Introducida por el matemático sueco Gösta Magnus Mittag-Leffler a finales del siglo XIX, esta función se ha convertido en las últimas décadas en una herramienta esencial para el estudio de las ecuaciones diferenciales fraccionarias. Como es conocido, estas modelizaciones rigen numerosos procesos evolutivos.

El alumno debe poseer sólidos fundamentos de teoría de funciones reales y complejas, teoría de la integración y de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Como pauta general, el alumno alternará su trabajo personal con reuniones periódicas, semanales o quincenales, con los directores. En estas reuniones el alumno deberá demostrar que asimila, entiende y progresa adecuadamente en la tarea encomendada.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

En Zaragoza, 12 de septiembre de 2023

El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Firmado por MIANA
SANZ PEDRO JOSE
DNI 8337.11.1983 el día
12/09/2023 con un
certificado emitido
VºBº

Fdo.:
Ponente

Página 2 de 2

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
Realizabilidad de matroides como configuraciones de rectas
Matroid realizations as line arrangements

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Artal Bartolo, Enrique Manuel	Facultad de Ciencias, Catedrático	Sí	artal@unizar.es	843277
Director/a 2	Marco Buzunáriz, Miguel Ángel	Facultad de Ciencias, Contratado doctor	Sí	mmarco@unizar.es	843280
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Una configuración de rectas es una familia finita de rectas en el plano proyectivo. La estructura combinatoria de sus intersecciones se representa mediante una matroide de rango 3. Este trabajo tiene vertientes combinatorias, topológicas y algebraicas; en particular el cuerpo base del plano proyectivo se deja sin especificar, admitiendo características nula y positivas. Un problema todavía no resuelto es caracterizar cuándo una matroide de rango 3 proviene de configuraciones de rectas, en qué cuerpo base, y "cuántas". El objetivo del trabajo es resolver este problema para casos "pequeños" (a lo más 12 rectas). Para ello se usarán tablas de combinatorias ya encontradas por el director M.Á. Marco y por grupos de investigación alemanes. El trabajo usará la teoría de las bases de Gröbner y tendrá también una alta componente computacional. El estudiante combinará trabajo personal con discusiones con los directores.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 11 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de codirección.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.


Fdo.: Enrique Artal
Director/a


Fdo.: Miguel Marco
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº 

Fdo.: Paz Jiménez Seral
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

Teorema de Hartogs, funciones holomorfas y topología
Hartogs Theorem, holomorphic functions and topology

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Artal Bartolo, Enrique Manuel	Facultad de Ciencias, Catedrático	Sí	artal@unizar.es	843277
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Este trabajo gira en torno al estudio de las propiedades de extensión de las funciones holomorfas, con el objetivo de probar el Teorema de Hartogs (siguiendo a Narasimhan) que dice que si una función compleja es holomorfa en cada variable, entonces es holomorfa (sin suponer siquiera continuidad). Los teoremas de extensión se interpretarán desde un punto de vista topológico. El estudiante combinará trabajo personal con discusiones con el director.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 11 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable,

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.


 Fdo.: Enrique Artal
 Director/a

Fdo.:
 Director/a

Fdo.:
 Ponente

VºBº


 Fdo.: Paz Jiménez Seral
 Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
Teoremas de finitud en superficies de Riemann
Finiteness properties of Riemann surfaces

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Artal Bartolo, Enrique Manuel	Facultad de Ciencias, Catedrático	Sí	artal@unizar.es	843277
Director/a 2					
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Uno de los objetivos de este trabajo es que el estudiante entienda la estructura del cuerpo de funciones meromorfas de una superficie de Riemann compacta y las consecuencias que tiene dicha estructura, en particular los Teoremas de finitud de la Cohomología de haces sobre superficies de Riemann. Para ello hay que estudiar nociones de álgebra homológica, variable compleja, topología, teoría de haces (sheaves) hasta llegar a probar que toda superficie de Riemann compacta es algebraica y estudiar las propiedades de sus divisores. El estudiante combinará trabajo personal con discusiones con el director.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 11 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.



Fdo.: Enrique Artal
Director/a

Fdo.:
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.: Paz Jiménez Seral
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/24

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
Teoremas de Weierstrass, anillos locales y trenzas
Weierstrass theorems, local rings and braids

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (sí/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Artal Bartolo, Enrique Manuel	Facultad de Ciencias, Catedrático	Sí	artal@unizar.es	843277
Director/a 2	León Cardenal, Edwin	Facultad de Ciencias, Investigador María Zambrano	Sí	eleon@unizar.es	843247
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Este trabajo gira en torno al estudio de los Teoremas de Preparación y División de Weierstrass y sus consecuencias algebraicas y topológicas. Se comienza con el estudio de funciones holomorfas en varias variables y de sus gérmenes, para enunciar y demostrar los dos teoremas citados. Con estos resultados se estudia el anillo local de series convergentes y se prueban sus propiedades algebraicas: DFU, noetherianidad, etc. En paralelo, se estudia el anillo y el cuerpo p-ádico para poder estudiar los Teoremas de Weierstrass en ese ámbito. En la versión compleja se aplica al estudio de gérmenes de singularidades de curvas planas; mediante el grupo de trenzas se caracterizan topológicamente las singularidades mediante nudos y enlaces en la esfera de dimensión 3. En la versión p-ádica se estudiará la aproximación de funciones p-ádicas mediante polinomios. El estudiante combinará trabajo personal con discusiones con los directores.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 11 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

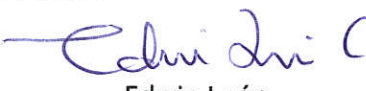
Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.


Fdo.: Enrique Artal
Director/a


Fdo.: Edwin León
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.: Paz Jiménez Seral
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: MATEMATICAS

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

TEMAS CLASICOS EN GEOMETRIA Y TOPOLOGIA
CLASSICAL TOPICS IN GEOMETRY AND TOPOLOGY

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (si/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Cogolludo Agustin, Jose Ignacio	CIENCIAS / CATEDRÁTICO DE UNIVERSIDAD	SI	jicogo@unizar.es	876553279
Director/a 2	Artal Bartolo, Enrique	CIENCIAS / CATEDRÁTICO DE UNIVERSIDAD	SI	artal@unizar.es	876553275
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

-Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a

-Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

Se utilizarán métodos de Geometría Algebraica y Topología para estudiar problemas de interés del alumno relacionados con curvas o superficies y su clasificación en geometría afín o proyectiva.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 11 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable,

El personal investigador contratado por obra y servicio para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de codirección.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

Fdo.: Cogolludo Agustín, Jose Ignacio
Director/a

Fdo.: Artal Bartolo, Enrique
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº

Fdo.: Jiménez Seral, Mª Paz
Director/a del Departamento de Matemáticas

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: MATEMATICAS

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):

BASES DE GRÖBNER Y APLICACIONES: SISTEMAS CRIPTOGRÁFICOS, ROBÓTICA, DEMOSTRACIÓN AUTOMÁTICA, TEORÍA DE GRAFOS, SUDOKUS,...
GRÖBNER BASES AND THEIR APPLICATIONS: CRYPTOGRAPHY, ROBOTICS, AUTOMATED THEOREM PROVING, GRAPH THEORY, SUDOKUS,...

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (si/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	Cogolludo Agustin, Jose Ignacio	CIENCIAS / CATEDRÁTICO DE UNIVERSIDAD	SI	jicogo@unizar.es	876553279
Director/a 2	Martín Morales, Jorge	CIENCIAS / PROFESOR CONTRATADO RAMON Y CAJAL	SI	jorge@unizar.es	876553275
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias:

☒

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El trabajo consistirá en el estudio de la teoría de Bases de Gröbner y en profundizar en alguna de sus múltiples aplicaciones en diversos campos: desde sistemas criptográficos, robótica, y demostración automática hasta teoría de grafos, ecuaciones diferenciales, o resolución de Sudokus.

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

En Zaragoza, 11 de septiembre de 2023

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.

 $V^{\circ}B^{\circ}$

Página 2 de 2

Este documento debe ser entregado por el director en la Secretaría del Departamento dentro del plazo establecido, para su remisión a la Comisión de Garantía de la Calidad del Grado en Matemáticas

ANEXO I

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO: 2023/2024

DEPARTAMENTO RESPONSABLE: Matemáticas

TÍTULO DEL TFG (en castellano y en inglés):
Curvas que rellenan el espacio - Space filling curves

	Apellidos, Nombre	Centro y relación contractual con el centro *	Doctor (si/no)	Email	Teléfono
Director/a 1	García Lirola, Luis Carlos	Facultad de Ciencias, PCD	Si	luiscarlos@unizar.es	876553226
Director/a 2	Bello Burguet, Glenier Lázaro	Facultad de Ciencias, AYD	Si	gbello@unizar.es	
Ponente					

Marque esta casilla si este trabajo corresponde a un acuerdo previo con un/a estudiante y por lo tanto ya está preasignado: ☐

Lugar previsto para la realización del TFG:

Facultad de Ciencias: ☐

Otro:

Breve descripción de los objetivos y del plan de trabajo a desarrollar por el alumno

(Comente las tareas a realizar, técnicas a utilizar, etc. **máximo: 250 palabras**). Además, de acuerdo con lo expuesto en las directrices propias de su Grado:

- Si es el caso, justifique la necesidad de un segundo Director/a
- Si de forma extraordinaria el TFG está afectado por un acuerdo de confidencialidad, justifique las razones y aporte de la documentación requerida

El matemático italiano Guiseppe Peano construyó en 1890 el primer ejemplo de curva continua que pasa por todos los puntos de un cuadrado. La existencia de dicha curva choca con la idea intuitiva de curva como la trayectoria de un móvil y tiene implicaciones interesantes. El objetivo de este trabajo es estudiar la construcción de Peano así como otras similares (como las curvas de Hilbert y Lebesgue) y propiedades de las curvas resultantes (diferenciabilidad, generalización a más dimensiones, etc). Para la constucción será fundamental repasar la noción de convergencia uniforme.

En función de las disponibilidades de tiempo y espacio, se plantería estudiar el teorema de Hahn-Mazurkiewicz, que da una caracterización topológica de los subconjuntos de $\mathbb{R}^n$ que son imagen de una curva continua.

Como pauta general se alternará el trabajo personal del estudiante con reuniones periódicas, semanales o quincenales, con el director.

Prerrequisitos: Análisis Matemático I y II, Topología

Información para el estudiante: si se considera necesario, incluir un desglose aproximado por actividades

Actividad	Horas
TOTAL	

En Zaragoza, 14 de septiembre de 2023

(La propuesta deberá estar firmada por los directores y el ponente, en su caso, y contar con el VºBº del Departamento responsable)

El **personal investigador contratado por obra y servicio** para la realización de proyectos específicos de investigación científica y técnica, **podrá colaborar en la dirección de trabajos de fin de titulación**, según el artº 7 del Acuerdo de 24 de enero de 2020, del Consejo de Gobierno de la Universidad de Zaragoza, en tanto en cuanto el objeto de dichos trabajos esté directa e inmediatamente relacionado con la obra o servicio para la que ha sido contratado, mediante fórmulas de **codirección**.

Será necesario el acuerdo expreso de la persona titular del órgano de dirección y con informe favorable de la CGC.

La colaboración en esta docencia de este personal requerirá siempre la autorización del investigador principal.

A tal fin será preciso que el investigador principal del proyecto emita un informe razonado en este sentido, asumiendo las responsabilidades que pudieran generarse en el caso de que las inexactitudes en el informe supongan una irregularidad en la contratación laboral temporal que pueda dar lugar a la conversión del contrato temporal en indefinido no fijo.

Dicho investigador principal deberá incluir en el proyecto o contrato de investigación a los estudiantes dirigidos, al menos mediante mención en la memoria final del proyecto o contrato.



Fdo.: García Lirola, Luis Carlos
Director/a



Fdo.: Bello Búrguet, Glenier Lázaro
Director/a

Fdo.:
Ponente

VºBº



Fdo.:
Director/a del Departamento de