

## GEOMETRÍA, RECTAS. Problemas con Solución.

1) Calcula la distancia entre los siguientes pares de rectas:

$$a) x + 2y - 3 = 0; 2x - y + 5 = 0. \quad b) x = 1 + 2\lambda, y = 2 - \lambda, \lambda \in \mathbb{R}; x + 2y - 5 = 0.$$

$$c) -6x + 4y + 7 = 0; 3x - 2y + 2 = 0.$$

Solución:

$$1a) 0; 1b) 0; 1c) \frac{11}{2\sqrt{13}};$$

2) Obtén las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos determinados por las rectas  $r : x + 2y - 1 = 0$  y  $s : 2x - y + 5 = 0$ . ¿Qué ángulo forman entre sí las bisectrices?

Solución:

$$2)b_1 : x - 3y + 6 = 0, b_2 : 3x + y + 4 = 0. \quad \text{Ortogonales, } \pi/2.$$

3) Por el punto  $B(5, 1)$  se trazan dos rectas perpendiculares a las bisectrices del primer y del cuarto cuadrante. Obtén: a) Ecuaciones de esas rectas; b) Coordenadas de los vértices  $A$  y  $C$  del rectángulo  $OABC$  obtenido como intersección de las rectas anteriores con las bisectrices del primer y del cuarto cuadrante.

Solución:

$$3a) r : y = -x + 6; s : y = x - 4; 3b) A(3, 3), B(2, -2).$$

4) Dos vértices de un rectángulo  $ABCD$  son  $A(1, 1)$  y  $B(3, 0)$ , estando dos lados del rectángulo sobre las rectas  $r : x + 2y - 3 = 0$  y  $s : x + 2y + 4 = 0$ . Calcula: a) las coordenadas de los otros dos vértices. b) El área del rectángulo.

Solución:

$$4a) C(8/5, -14/5); D(-2/5, -9/5); 4b) 7 \text{ unidades cuadradas.}$$

5) Un triángulo isósceles  $ABC$  tiene como vértices del lado desigual los puntos  $A(3, 1)$  y  $B(6, 3)$ , y el tercer vértice  $C$  se encuentra en la recta cuya ecuación es  $y = x + 5$ . Halla: a) Las coordenadas de  $C$ . b) La altura del triángulo correspondiente al lado  $AB$ . c) El área del triángulo.

Solución:

$$5a) C(3/2, 13/2); 5b) h = 3\sqrt{13}/2; 5c) \text{area} = 39/4u^2.$$

6) La recta  $x + y - 3 = 0$  y una paralela a ella que pasa por el punto  $(6, 0)$  determinan junto con los ejes de coordenadas, un trapecio isósceles. Se pide: a) Coordenadas de los cuatro vértices. b) Centro del trapecio (intersección de las diagonales). c) Área del trapecio.

Solución:

$$6a) (3, 0), (6, 0), (0, 6), (0, 3); 6b) (2, 2); 6c) 27/2.$$

7) Un rombo  $ABCD$  tiene  $A(0, 2)$  y  $C(6, 0)$  como vértices opuestos, siendo  $\sqrt{20}$  la longitud de sus lados. Calcula: a) Las coordenadas de los otros vértices; b) Las ecuaciones de las diagonales; c) El centro del rombo; d) El área.

Solución:

$$7a) B(4, 4); D(2, -2); 7b) AC : y = -x/3 + 2; BD : y = 3x - 8; 7c) (3, 1); 7d) 20u^2.$$

**8)** La diagonal menor de un rombo tiene de extremos  $B(-3, -2)$  y  $D(1, 2)$ . Sabiendo que mide lo mismo que su lado, obtén: a) los vértices  $A$  y  $C$ ; b) el perímetro del rombo; c) las diagonales; d) el área.

Solución:

$$8a) A(-1 + 2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}) \approx (2.46, -3.46); C(-1 - 2\sqrt{3}, +2\sqrt{3}) \approx (-4.46, 3.46); 8b) 16\sqrt{2};$$

$$8c) BD = 4\sqrt{2} \approx 5.56; AC = 4\sqrt{6} \approx 9.80; 8d) 16\sqrt{3};$$

**9)** Un triángulo tiene como vértices  $A(0, 0)$ ,  $B(4, 0)$  y  $C(0, 6)$ . Calcula: a) las mediatrices y el circuncentro; b) las medianas y el baricentro; c) las alturas y el ortocentro.

Solución:

$$9a) x = 2; y = 3; y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}; (2, 3). 9b) y = -3x + 6; y = -\frac{3}{4}x + 3; y = \frac{3}{2}x; (4/3, 2).$$

$$9c) x = 0; y = 0; y = \frac{2}{3}x; (0, 0);$$

**10)** Un rombo  $ABCD$  tiene de vértices  $A(-3, 0)$ ,  $B(0, -2)$ ,  $C(3, 0)$  y  $D(0, 2)$ . Calcula: a) sus ángulos; b) su altura; c) el radio de la circunferencia inscrita al rombo; d) el área del rombo a partir de las diagonales, y a partir de la altura.

Solución:

$$10a) \hat{C} = \hat{A} = 67.38; \hat{B} = \hat{D} = 112.62; 10b) \text{altura} = 12/\sqrt{13}; 10c) r = 6/\sqrt{13} \approx 1.664; 10d) 12u^2;$$

**11)** En un trapecio  $ABCD$  de bases  $AB$  y  $DC$  sabemos que la base menor  $DC = 5\text{cm}$  y que la diagonal  $AC$  cuya medida es la misma que la del lado  $BC$ , mide  $10\text{cm}$ . Por otro lado sabemos que el ángulo  $C$  es de  $140$ . Calcula el perímetro del trapecio y su área.

Solución:

$$11) \text{perimetro} \approx 37.27\text{cm}; \text{area} \approx 65.31\text{cm}^2.$$

**12)** El lado desigual de un triángulo isósceles mide 4 y está sobre la recta  $x - y = 0$ . El vértice opuesto es  $(0, 4)$ . Halla los otros dos vértices.

Solución:

$$12) A(2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}) \approx (0.59, 0.59); B(2 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}) \approx (3.41, 3.41).$$

**13)** Calcula las ecuaciones de las rectas perpendiculares a  $3x + 4y + 2 = 0$  que distan 3 unidades del punto  $P(1, 2)$ .

Solución:

$$13) r_1 : 4x - 3y + 17 = 0; r_2 : 4x - 3y - 13 = 0.$$

**14)** Dos vértices opuestos de un rombo son los puntos  $A(3, 5)$  y  $C(2, 1)$ . El vértice  $B$  pertenece al eje de abscisas. Calcula las coordenadas de los vértices  $B$  y  $D$ .

Solución:

$$14) B(29/2, 0); D(-19, 6).$$