

## Las desigualdades de Bell: un juego de azar cuántico

### Introducción

La física clásica es determinista. A partir de las leyes de Newton, podemos describir con precisión el movimiento de los cuerpos, que siempre está bien definido y no depende de cómo lo midamos. Por ejemplo, supongamos que tenemos en nuestro poder un reloj clásico al que podemos preguntar ¿qué hora es? La respuesta estará determinada de antemano y será predecible, correspondiendo a una de las infinitas horas posibles que puede marcar un reloj. Por ejemplo, son las dos y seis minutos.

La mecánica cuántica es muy diferente. Las propiedades de las partículas están cuantizadas en unidades discretas y, además, no están definidas hasta que las medimos. Por ejemplo, la saeta de nuestro reloj cuántico puede apuntar en cualquier dirección entre las infinitas posibles, pero, para leerlo solo podremos hacer preguntas concretas como, por ejemplo: ¿son las doce? La respuesta del reloj será binaria: si o no. Esto se parece bastante al comportamiento de las partículas atómicas como los electrones.

Los electrones poseen una propiedad intrínseca llamada espín, que los convierte en pequeños imanes. Para medir el espín necesitamos aplicar un campo magnético a lo largo de una dirección determinada. Diremos que la dirección del campo aplicado fija la "base" de medida. Existen, por tanto, infinitas bases, tantas como direcciones posibles podemos aplicar un campo magnético. La medida del espín electrónico es binaria, es decir, solo puede tener *dos* resultados posibles: el espín apunta en la dirección del campo (lo que identificaremos con una bombilla encendida, con probabilidad P) o en la contraria (bombilla apagada, con probabilidad A). La elección de la base alterará la probabilidad de obtener uno u otro resultado, pero siempre respetando que  $P + A = 100\%$ .

Además, dos partículas cuánticas pueden entrelazarse; es decir, las probabilidades de obtener uno u otro resultado tras una medida están correlacionadas, sin importar lo lejos que una partícula esté de la otra. Existen varias maneras de entrelazar las partículas para hacer un test de Bell. En el ejemplo del póster, la medida de ambas partículas arrojará el mismo resultado si se produce en la misma base.

Es fundamental comprender la diferencia esencial entre el entrelazamiento cuántico y las correlaciones clásicas que pueden observarse en el mundo macroscópico. Para ilustrar esto, imaginemos una baraja de cartas. Extraemos una carta al azar sin mirarla, la cortamos por la mitad y colocamos cada mitad en un sobre. Luego enviamos los sobres a dos observadores, Alice y Bob, que se encuentran en extremos opuestos de la galaxia. Cuando Alice abre su sobre y observa su mitad, puede inferir de forma inmediata qué carta tiene Bob. No obstante, esta correlación no tiene nada de cuántica: la identidad de la carta estaba definida desde el principio. La incertidumbre se debe a la falta de conocimiento del observador. El entrelazamiento cuántico es diferente, veámoslo.

### Un poco de historia

El entrelazamiento implica no localidad, y esto supuso un gran problema para Albert Einstein, porque no podía tolerar que dos partículas pudieran "comunicarse" instantáneamente. Él aceptaba que la mecánica cuántica es útil para describir la naturaleza, pero creía que debía haber *variables ocultas locales*: propiedades que podrían servir para anticipar el resultado de las medidas. Si esto fuera así, la incertidumbre sería una consecuencia de la falta de información del observador (como en el caso de la carta cortada por la mitad). Por otra parte, Niels Bohr defendía la naturaleza probabilista de la mecánica cuántica, es decir, la incertidumbre sería una propiedad intrínseca de la medida (como en el caso de las partículas entrelazadas). Esto los llevó a una serie de famosas discusiones.

En 1932, John von Neumann demostró que no podían existir teorías de *variables ocultas locales* que explicaran la mecánica cuántica, dando la razón a Niels Bohr. Este trabajo fue aceptado por la comunidad científica, pero tenía un fallo fundamental que pasó desapercibido, hasta que la gran matemática Grete Hermann (discípula de otra brillante matemática alemana, Emmy Noether) demostró este error lógico. Por desgracia, el trabajo de Hermann fue ignorado durante los siguientes 30 años hasta que John Bell encontró el mismo error de manera independiente y formuló las famosas desigualdades de Bell.

## Las desigualdades de Bell

Las desigualdades de Bell se pueden expresar de muchas maneras. Todas se basan en dos ingredientes:

1. Un gran número de parejas de partículas entrelazadas y separadas en el espacio.
2. Una medida sobre ambas partículas de cada pareja en bases elegidas de manera aleatoria.

Para este ejemplo utilizaremos tres bases: vertical, diagonal y horizontal. Produciremos un par de partículas entrelazadas que serán enviadas a dos experimentadores, Alice y Bob, quienes eligen una base de las tres posibles de manera aleatoria y miden el resultado de sus partículas al mismo tiempo. Están tan separados en el espacio que no se pueden comunicar de manera instantánea por ningún canal clásico. Es decir, ninguno puede saber qué base ha elegido el otro.

En cada una de sus medidas, Alice y Bob obtienen una bombilla encendida o apagada, y apuntan el resultado. Al terminar, tras muchas medidas, Alice y Bob comparan sus resultados y calculan la probabilidad de obtener una medida coincidente, es decir, que los dos obtengan bombilla encendida o apagada. Esta "*probabilidad de coincidencia*" es la clave. Bell demostró lo siguiente:

- Si el mundo es local y real, tal y como decía Einstein, la probabilidad de coincidir será igual o mayor que el 55 %. La desigualdad de Bell se expresaría como: *probabilidad de coincidencia*  $\geq 55\%$ .
- Si el mundo es cuántico, como defendía Bohr, las medidas sobre ambas partículas mostrarán correlaciones diferentes y la probabilidad de coincidir será menor, concretamente del 50 %.

Un experimento que resulte en: *probabilidad de coincidencia*  $< 55\%$ , supone una violación de las desigualdades de Bell y demuestra, por tanto, que el resultado de la medida no está determinado de antemano por ninguna *variable oculta local*. Es decir, la mecánica cuántica es probabilística.

### Demostración experimental

En 1972, John Clauser y Stuart Freedman consiguieron realizar el primer test de Bell experimental. En este experimento se usaron fotones, los cuantos esenciales de luz descritos por el propio Albert Einstein. La propiedad medible en este caso es la polarización (ver nota final). Clauser y Freedman utilizaron parejas de fotones separados unos tres metros y demostraron que las correlaciones violaban la desigualdad de Bell correspondiente. Este experimento fue criticado porque la elección de la base de medida de cada fotón se hacía antes de que estos hubieran abandonado la fuente.

En 1980, Alain Aspect solucionó este problema usando conmutadores rápidos que permitían elegir las bases de medida después de que los fotones entrelazados hubieran sido producidos. Estos hallazgos valieron el premio Nobel a John Clauser y Alain Aspect, junto con Anton Zeilinger, en 2022.

### ¿Y esto para qué sirve?

La violación experimental de las desigualdades de Bell confirmó que la naturaleza es probabilística y que el entrelazamiento cuántico es real, no solo una curiosidad teórica. Además, los test de Bell permiten verificar si dos partículas están entrelazadas, con importantes aplicaciones en criptografía cuántica. Imagina dos usuarios que comparten una clave (una serie aleatoria de 1s y 0s) usando partículas entrelazadas. Si un tercero intenta hackear la clave, forzará el colapso de las partículas, destruyendo su entrelazamiento. Al realizar un test de Bell, se puede detectar si las partículas están entrelazadas o si alguien ha interferido. Si se viola la desigualdad, la comunicación es segura; en caso contrario, se sospecha de un ataque. Así, el test de Bell actúa como un sistema de alarma cuántico.

### NOTA:

*Los experimentos de teleportación y criptografía cuántica se suelen realizar con fotones, usando como grado de libertad su polarización. La polarización es la dirección en la que vibra el campo eléctrico de una onda de luz. La polarización se mide usando un polarizador dando un resultado binario: el fotón está polarizado en la dirección del polarizador (bombilla encendida) o bien no lo está (bombilla apagada). El polarizador puede estar orientado en cualquier dirección del espacio, definiendo la base de la medida.*