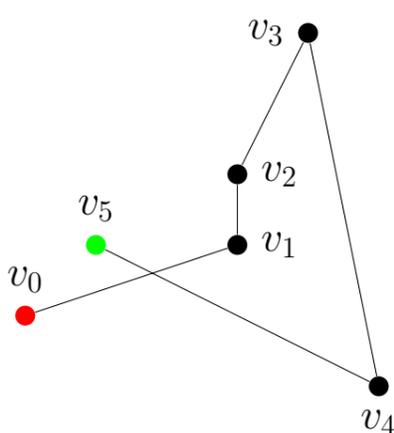


Los problemas de Matemañicos

La EINA nos necesita

En la Escuela de Ingeniería y Arquitectura están sumidos en el más absoluto caos: aceptaron un proyecto para desarrollar brazos robot por parte de unas empresas que tenían mucha prisa en empezar a utilizarlos; la EINA cumplió y les envió los planos del modelo **ORDESA-5000X-45j** pero las empresas tenían tal prisa por empezar que comenzaron a fabricar estos brazos sin que les hubiese llegado el manual todavía. Cuando les llegaron los manuales, las empresas se quejaron de que en ningún sitio estaban indicadas las regiones de alcance de los brazos, es decir, los puntos en el espacio que pueden alcanzar.

Cuando los encargados del proyecto fueron a contestar, se dieron cuenta de que calcular estas regiones no era tan fácil. Lo innovador de estos brazos era su diseño modular, que permitía fabricar segmentos independientes y luego ensamblarlos juntos para crear un brazo con las articulaciones que se desearan y las longitudes que se quisieran. Por ejemplo, podría montarse un brazo con tres segmentos de longitudes 23 cm, 12 cm y 5 cm u otro con cinco segmentos de longitudes 2 cm, 15 cm, 9 cm, 20 cm y 50 cm. Pero claro, esta flexibilidad hacía que dar la región de alcance fuese mucho más complicado. Ante esta situación y con más de 10000 segmentos de distintas longitudes fabricados, han recurrido a la ayuda de los aficionados a las Matemáticas. Saben que esto supondrá décadas de comentarios acerca de la superioridad de las Matemáticas a la Ingeniería, pero la situación es desesperada y están dispuestos a asumir ese golpe.



Ejemplo de una posición posible para un brazo con 5 segmentos de distintas longitudes.

Como los brazos pueden rotar sobre su base —marcada en rojo en el dibujo—, podemos reducir el problema a dos dimensiones. Además, las articulaciones están diseñadas de forma que cada segmento del brazo pueda siempre dar la vuelta completa sin chocarse con el segmento en el que se apoya. Esto se consigue haciendo que cada segmento esté en una «capa» de profundidad: aunque en el dibujo no se muestre, cada segmento está un poco más hacia detrás que el anterior. Es por esto que en nuestro problema podemos admitir que haya superposiciones. Quizás ayude para pensar en las agujas del reloj, que aunque estén las tres superpuestas cuando las dibujamos en papel, eso no quiere decir que hayan chocado, ya que en el reloj cada aguja gira en una «capa» distinta.

En resumen, tenemos en general un brazo con una base — v_0 — fija; n segmentos de longitudes fijas — l_1, l_2, \dots, l_n —; $n - 1$ vértices que los unen — v_1, v_2, \dots, v_{n-1} —; y un extremo — v_n —. Sabiendo que cada segmento puede rotar libremente sobre el vértice sobre el que se apoya, ¿cuál es la región del plano que puede alcanzar el extremo del brazo?

¡Demostremos que las Matemáticas están por encima de la Ingeniería¹!

¿Te gustaría participar en Matemañicos? ¿Tienes alguna pregunta sobre el problema? ¿Quieres más Matemáticas curiosas? Visita todo lo que ofrecemos en el QR de la derecha.



¹Los comentarios en este problema se hacen con fines cómicos aprovechando la tradicional rivalidad entre titulaciones. En ningún momento se intenta minusvalorar las carreras de Ingeniería.