



Seminario Rubio de Francia

Conferencia

por

Jesús Yepes Nicolás

Universidad de Murcia

Título:

Desigualdades de tipo Brunn-Minkowski complementadas

Resumen: Una medida μ en \mathbb{R}^n se dice q -cóncava si satisface una q -desigualdad de Brunn-Minkowski, concretamente,

$$\mu((1-\lambda)A + \lambda B) \geq ((1-\lambda)\mu(A)^q + \lambda\mu(B)^q)^{1/q}$$

para cualesquiera conjuntos medibles $A, B \subset \mathbb{R}^n$ con $\mu(A)\mu(B) > 0$ tales que $(1-\lambda)A + \lambda B$ es también medible, y para todo $\lambda \in (0, 1)$.

Siguiendo la dualidad entre funciones cóncavas y convexas, es natural preguntarse acerca de una q -desigualdad de Brunn-Minkowski complementada, i.e., si

$$\mu(\mathbb{R}^n \setminus ((1-\lambda)A + \lambda B)) \leq ((1-\lambda)\mu(\mathbb{R}^n \setminus A)^q + \lambda\mu(\mathbb{R}^n \setminus B)^q)^{1/q},$$

supuesto cierto que $\mu(\mathbb{R}^n \setminus A), \mu(\mathbb{R}^n \setminus B) < +\infty$.

Cuando (μ es finita y) $q = 1$ ambas condiciones son trivialmente equivalentes, pero esta equivalencia ya no es cierta para otros valores de q . Sin embargo, Milman y Rotem demostraron en 2014 que bajo ciertas hipótesis de concavidad y homogeneidad sobre la densidad de μ esta desigualdad se cumplía. En particular, la restricción de la medida de Lebesgue $\text{vol}(\cdot)$ a un cono convexo C (que es su soporte) satisface la anterior desigualdad para $q = 1/n$ y cualesquiera $A, B \subset C$ con $\text{vol}(C \setminus A), \text{vol}(C \setminus B) < +\infty$. Este caso fue posteriormente estudiado por Schneider en 2018, quien dio una prueba diferente y caracterizó sus casos de igualdad cuando A y B son convexos.

En esta charla discutiremos distintas desigualdades (geométricas y funcionales) de tipo Brunn-Minkowski complementadas para ciertas medidas absolutamente continuas en \mathbb{R}^n conteniendo, entre otras, tanto el volumen como la medida Gaussiana estándar γ_n . En particular, mostraremos la conexión entre esta familia de desigualdades de Brunn-Minkowski complementadas y aquella de las desigualdades duales de Brunn-Minkowski (involucrando la suma radial).

Este es un trabajo conjunto con A. Zvavitch.

Fecha: Jueves 31 de octubre de 2024

Hora: 12:10 horas

Lugar: seminario Rubio de Francia, edificio de Matemáticas, primera planta

Web: <http://anamat.unizar.es/seminario.html>