



Seminario Rubio de Francia Conferencia

por

David Alonso Gutiérrez

Universidad de Zaragoza

Título:

Secciones de cuerpos convexos simétricos en posición de John

Resumen: Un cuerpo convexo $K \subseteq \mathbb{R}^n$ (i.e., un conjunto convexo, compacto con interior no vacío) se dice que está en posición de John si el elipsoide de máximo volumen contenido en K es la bola Euclídea, B_2^n . Esta posición está caracterizada por el hecho de que $B_2^n \subseteq K$, junto con la existencia de unos puntos de contacto $(v_j)_{j=1}^m \subseteq \partial K \cap S^{n-1}$ y unos escalares $(c_j)_{j=1}^m \subseteq (0, \infty)$ que proporcionan una descomposición de la identidad en \mathbb{R}^n . Esta caracterización, junto con la desigualdad de Brascamp-Lieb, ha permitido demostrar que, entre todos los cuerpos convexos centralmente simétricos en posición de John en \mathbb{R}^n , el cubo unidad, B_∞^n , es el que maximiza varios parámetros geométricos como el volumen, la anchura media o el funcional de Wills.

K. Ball demostró en los años 90 que, en el caso del cubo unidad, si H es un subespacio lineal k -dimensional, entonces

$$\text{vol}_k(B_\infty^n \cap H) \leq \left(\frac{n}{k}\right)^{\frac{k}{2}} \text{vol}_k(B_\infty^k), \quad \text{y} \quad \text{vol}_k(B_\infty^n \cap H) \leq 2^{\frac{n-k}{2}} \text{vol}_k(B_\infty^k),$$

siendo la primera estimación óptima si k divide a n , y la segunda si $k \geq \frac{n}{2}$. Mientras que ambas estimaciones dependen del uso de la desigualdad de Brascamp-Lieb inequality, la segunda utiliza técnicas analíticas de Fourier y depende fuertemente del hecho de que un vector aleatorio uniformemente distribuido en el cubo unidad tiene coordenadas independientes e idénticamente distribuidas.

En esta charla discutiremos ambas estimaciones para obtener desigualdades para el volumen y otros parámetros geométricos de secciones de cuerpos convexos centralmente simétricos en posición de John.

Se trata de un trabajo conjunto con Silouanos Brazitikos y Giorgos Chasapis.

El seminario se podrá seguir en directo a través del enlace:

<https://www.youtube.com/@seminariorubiodefrancia>

Fecha: Jueves, 8 de enero de 2026.

Hora: 12:10 horas.

Lugar: seminario Rubio de Francia, edificio de Matemáticas, primera planta.

Web: <http://anamat.unizar.es/seminario.html>