



# Seminario Rubio de Francia

## Conferencia

por

**Carlos de Vera Piquero**

Universidad de Zaragoza

Título:

*Funciones  $L$  en teoría de números y geometría aritmética*

### Resumen:

Las funciones  $L$  son funciones generatrices que codifican información *local* sobre cierto objeto aritmético de interés. Ejemplos bien conocidos son la función zeta de Riemann, las funciones  $L$  de Dirichlet, la función  $L$  asociada a una curva elíptica, etc. En todos los casos, los valores de estas funciones en determinados argumentos enteros recuperan información *global* del objeto de estudio. Así, las funciones  $L$  son una herramienta para *empaquetar* información local de un objeto aritmético y deducir información global de él.

Para ilustrar este fenómeno, en la primera parte de la charla recordaremos el ejemplo paradigmático de la fórmula analítica para el número de clases de un cuerpo de números y también la Conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer para curvas elípticas. En ambos ejemplos, el resultado es una fórmula que relaciona un invariante analítico y un invariante algebraico asociados a un mismo objeto aritmético. Estos ejemplos son, de hecho, tan solo una muestra de múltiples resultados y conjeturas que siguen la misma filosofía.

Una de las técnicas más fructíferas para demostrar este tipo de resultados son los llamados *sistemas de Euler*. Dichos sistemas son colecciones compatibles de ciclos en ciertas variedades algebraicas (o clases en su cohomología) que hacen de *punte* entre esos invariantes analíticos y algebraicos. Sorprendentemente, no solo conectan los invariantes algebraicos con valores especiales de sus funciones  $L$  complejas, sino también con valores especiales de sus funciones  $L$   $p$ -ádicas.

En la segunda parte de la charla, ilustraremos en los dos ejemplos ya citados el papel de los sistemas de Euler así como ‘versiones  $p$ -ádicas’ de los resultados clásicos. Si el tiempo lo permite, presentaremos algunos resultados o conjeturas recientes en la misma línea.

Fecha: Jueves, 15 de mayo de 2025

Hora: 12:10 horas

Lugar: Seminario Rubio de Francia, edificio de Matemáticas, primera planta

Web: <http://anamat.unizar.es/seminario.html>